Egy biotermék kiskereskedő két különböző őstermelőtől, Ackermanntól és Bauertől vásárolja a friss biotejet. Ackermann 450 Ft-ot kér literjéért és naponta legföljebb 140 litert tud szállítani, Bauer 550 Ft-ért adja literjét, viszont naponta 200 litert tud biztosítani. A kereskedő három különböző bioboltban értékesíti a friss biotejet; az alábbi táblázatból kiderül, hogy az egyes boltokban mennyiért lehet eladni a biotej literjét, mennyi biotejet lehet eladni naponta, illetve mennyi járulékos költség (munkaerő, rezsi) származik egy liter biotej eladásából.

	Eladási ár (Ft / liter)	Napi eladható mennyiség (liter / nap)	Járulékos költség (Ft / liter)
1. bolt	820	150	30
2. bolt	950	110	40
3. bolt	1050	60	50

A fentieken kívül a biotej szállításának költségei a kistermelőktől a bioboltokig szintén a kereskedőt terhelik. Az alábbi táblázat azt mutatja, hogy mennyi költséggel jár egy liter biotej elszállítása az egyes termelőktől az egyes boltokig.

	1. bolt	2. bolt	3. bolt
Ackermann	10 Ft/liter	12 Ft/liter	20 Ft/liter
Bauer	12 Ft/liter	15 Ft/liter	18 Ft/liter

A kereskedő maximalizálni szeretné a biotej eladásából származó napi nyereségét (feltéve, hogy minden nap csak a friss, aznap hozott biotejet adhatja el).

Kérdések:

1. kérdés: Mekkora maximális napi profitot érhet el a biotermék kiskereskedő?

2. kérdés: Mennyi biotejet rendeljen a kiskereskedő naponta Ackermanntól, ha a maximális profit elérésére törekszik?

3. kérdés: Bauer felajánlja, hogy a napi 200 liternyi kapacitásán felül is tud további biotej mennyiséget szállítani, de a többletet már csak 600 Ft-os literenkénti áron. Mit válaszoljon erre a felvetésre a kiskereskedő?

Egy egyetemi hallgató a következő tanévének a tervezésekor (egyéb tárgyak mellett) hét szabvál kurzus közül választhat, ezeket az A, B, …, G betűk jelölik. A szabvál kurzusokat lepontozta az érdekességük szerint 1-től 3-ig (ahol az 1-es a dögunalmast, a 3-as az egész érdekesnek tűnőt jelöli) és elhatározta, hogy bármi történjen is, az általa felvett szabvál kurzusok átlagos érdekességi pontszáma legalább 2 kell legyen. Az alábbi táblázat mutatja az egyes kurzusok érdekességi pontszámát és a hozzájuk tartozó kredit értéket:

Kurzus	A	B	C	D	E	F	G
Érdekességi pontszám	2	2	3	1	1	3	3
Kreditszám	4	2	3	3	4	2	3

Kapacitáskorlátok miatt a hallgató legföljebb négyet tud felvenni a hét szabvál kurzus közül. További feltétel, hogy anyagbeli átfedések miatt a D és F kurzusok közül legföljebb az egyiket veheti fel, illetve hogy előtanulmányi követelmények miatt a C-t csak akkor veheti fel, ha a B-t is felveszi. Végül pedig órarendi ütközések miatt az A, E és G kurzusok közül legföljebb egyet vehet fel.

Melyik kurzusokat vegye fel a hallgató, ha a fenti feltételek figyelembe vétele mellett a lehető legtöbb kreditet szeretné megszerezni a felvett szabvál kurzusokból?

---

1. Egy bútorgyártó üzem kétfajta terméket gyárt: széket és asztalt. Tegyük fel, hogy minden legyártott szék után 40 dollár haszon, és minden legyártott asztal után 50 dollár haszon keletkezik. Egy szék legyártásához 2 óra élőmunka, 3 óra géppark-használat és 1 egység fa erőforrások szükségesek. Egy asztal legyártásához pedig 2 óra élőmunka, 1 óra géppark-használat és 4 egység fa kell. Minden nap összesen 60 óra élőmunka, 75 óra géppark-idő és 84 egység fa áll a gyár rendelkezésére.

Mennyit gyártsanak az egyes termékekből naponta, ha a haszon maximalizálása a cél? Írjuk fel a megfelelő LP-feladatot!

2. Egy takarmányüzemben kukoricadarából és hallisztből készítenek takarmánykeveréket. Minden csomagnak legalább 120 egység proteint és 80 egység kalciumot kell tartalmaznia előírás szerint. A kukoricadara kilónként 10 egység proteint és 5 egység kalciumot tartalmaz, a halliszt pedig 2 egység proteint és 5 egység kalciumot kilónként.

Ha 1 kg kukoricadara 8 forintba, 1 kg halliszt pedig 4 forintba kerül, akkor melyik összetevőből mennyit tegyenek egy csomagba, ha minimalizálni szeretnék a gyártási költségeket? Írjuk fel a megfelelő LP-feladatot!

3. Egy autógyár két raktárat (A-t és B-t), valamint 3 autószalont tart fenn az országban. Az A raktárban most 40 autó, a B raktárban pedig 20 autó van. (Az autók egyformák.) Az 1., 2. és 3. autószalon rendre 25, 10 és 22 autó leszállítását kérte a raktárkészletből. A szállítási költségek a következők (ahol például C_{A1} azt jelöli, hogy egy autó elszállítása hány egységbe kerül az A raktárból az 1. szalonba):

$$C_{A1} = 550, \quad C_{A2} = 300, \quad C_{A3} = 400, \quad C_{B1} = 350, \quad C_{B2} = 300, \quad C_{B3} = 100.$$

Feladatunk olyan szállítási rend megtervezése, amellyel minimalizáljuk a szállítási költségeket. Relaxáljuk a problémát és fogalmazzuk meg LP-feladatként!

---

5. Grafikus módszerrel oldjuk meg a következő lineáris programozási feladatot:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 20 \\ x_1 \leq 10 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$
$$6x_1 + 2x_2 \to \max$$

6. Grafikus módszerrel oldjuk meg a következő lineáris programozási feladatot:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 20 \\ x_1 \leq 10 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$
$$2x_1 + 6x_2 \to \min$$

7. Grafikus módszerrel oldjuk meg a következő lineáris programozási feladatot:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 20 \\ x_1 \leq 10 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$
$$5x_1 + 3x_2 \to \max$$

8. Grafikus módszerrel oldjuk meg a következő lineáris programozási feladatot:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 25 \\ x_1 + 3x_2 \leq 33 \\ x_1 + x_2 \leq 20 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$
$$3x_1 + 5x_2 \to \max$$

9. Grafikus módszerrel oldjuk meg a következő lineáris programozási feladatot:

$$\begin{cases} 8x_1 + 8x_2 \leq 64 \\ x_1 + 3x_2 \leq 15 \\ 3x_1 \leq 18 \\ 2x_2 \leq 10 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$
$$5x_1 + 3x_2 \to \max$$

10. Szimplex módszerrel oldjuk meg a következő lineáris programozási feladatot:

$$\begin{cases} x_1 + x_3 \leq 40 \\ -x_2 + x_3 \leq 10 \\ x_1 + x_2 - x_3 \leq 18 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$
$$4x_1 + 3x_3 \to \max$$

11. Szimplex módszerrel oldjuk meg a következő lineáris programozási feladatot:

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 \leq 60 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 10 \\ x_1 + x_2 - x_3 \leq 20 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$
$$2x_1 - x_2 + x_3 \to \max$$

12. Szimplex módszerrel oldjuk meg a következő lineáris programozási feladatot:

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 1 \\ x_1 - 2x_2 \leq 2 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$
$$2x_1 + x_2 \to \max$$

13. Szimplex módszerrel oldjuk meg a következő lineáris programozási feladatot:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + x_5 \leq 100 \\ x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \leq 80 \\ x_1 + x_3 + x_4 \leq 50 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{cases}$$
$$2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 + 2x_5 \to \max$$